



EUROPA-FACHBUCHREIHE
Kraftfahrzeugtechnik

Formeln

Kraftfahrzeugtechnik

Bearbeitet von Gewerbelehrern und Ingenieuren

8. Auflage

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 20612

Autoren:

Fischer, Richard	Studiendirektor a. D.	Polling – München
Gscheidle, Rolf	Studiendirektor a. D.	Winnenden
Gscheidle, Tobias	Studiendirektor	Sindelfingen – Stuttgart
Heider, Uwe	Kfz-Elektriker-Meister, Trainer Audi AG	Neckarsulm – Ellhofen
Hohmann, Berthold	Oberstudiendirektor	Eversberg
van Huet, Achim	Oberstudienrat	Oberhausen – Essen
Keil, Wolfgang	Oberstudiendirektor a. D.	München
Lohuis, Rainer	Oberstudienrat	Hückelhoven
Mann, Jochen	Studiendirektor	Schorndorf
Schlögl, Bernd	Studiendirektor	Rastatt – Gaggenau
Wimmer, Alois	Oberstudienrat	Berghülen

Leitung des Arbeitskreises und Lektorat:

Rolf Gscheidle, Studiendirektor a. D., Winnenden-Stuttgart

Bildquellen:

Robert Bosch GmbH: S. 18/4; S. 34/1; S. 38/1 + 2; S. 55/2; S. 59/3

Bildbearbeitung:

Zeichenbüro des Verlages Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Den „Formeln Kraftfahrzeugtechnik“ wurden die neuesten Ausgaben der DIN-Blätter zugrunde gelegt. Verbindlich sind jedoch nur die DIN-Blätter selbst.

Die DIN-Blätter können von der Beuth Verlag GmbH, Burggrafenstraße 6, 10787 Berlin, bezogen werden.

8. Auflage 2017, korrigierter Nachdruck 2022

Druck 6

Alle Drucke dieser Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Korrektur von Druckfehlern identisch sind.

ISBN 978-3-8085-2098-7

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2017 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
www.europa-lehrmittel.de

Satz und Layout: rkt, 51379 Leverkusen, www.rktypo.com

Umschlag: braunwerbeagentur, 43477 Radevormwald

Umschlagfotos: Daimler AG, Stuttgart und © Anna Om – Fotolia.com

Druck: mediaprint solutions GmbH, 33100 Paderborn

Grundlagen	4 – 28
Mathematische Zeichen, Prozent-, Zins-, Mischungsrechnen	4
Winkelfunktionen	5
Längen, Flächen	6 – 9
Volumen, Mantelfläche, Oberfläche	10 – 11
Dichte, Masse, Kraft, Kräftezusammensetzung, -zerlegung	12
Fliehkraft	13
Geschwindigkeit	14
Beschleunigung, Verzögerung, Überholen	15 – 16
Arbeit, Energie, Leistung, Wirkungsgrad	17 – 18
Drehmoment, Hebelgesetz, Flaschenzug	19
Festigkeit, Reibung, Druck	20 – 21
Hydraulik, Pneumatik	22 – 24
Wärmetechnik	25 – 26
Riementrieb, Zahnradtrieb	27 – 28
Motor	29 – 40
Hubraum, Verdichtung, Hubverhältnis, Pleuelstangenverhältnis, Kolbenweg, Kolbengeschwindigkeit	29 – 30
Gasdruck, Kolbenkraft, Kräfte am Kurbeltrieb, Kolbeneinbauspiel	31
Steuerwinkel, Steuerzeiten, Ventilöffnungszeit, Gasgeschwindigkeit	32
Luftverhältnis, Liefergrad, Luftverbrauch, Luftbedarf, CO ₂ -Emission	33
Kraftstoffverbrauch	34 – 35
Kraftstoff-Einspritzmenge, Mischungsverhältnis 2-Takt-Motoren, Gefrierschutzmischung, Motorkühlung	35
Motorleistung, innere Motorarbeit, Leistungsmessung am Motorprüfstand, Motorwirkungsgrade	36 – 39
Kenngößen von Verbrennungsmotoren (Hubraumleistung, Leistungsgewicht, Gewichtsleistung, Hubraumgewicht)	40
Antriebsstrang – Kraftübertragung	41 – 48
Kupplung, Kupplungsbetätigung	41 – 42
Wechselgetriebe	43 – 44
Achsgetriebe	45
Ausgleichsgetriebe	46
Antriebsstrang, Antriebskraft, Antriebsleistung, Fahrwiderstände	47 – 48
Fahrwerk	49 – 50
Achskräfte, Auflagerkräfte	49
Übersetzung Lenkgetriebe, Lenkung	50
Bremsen	51 – 56
Übersetzungen, Leitungsdruck, pneumatische Verstärkung, hydraulische Übersetzung	51 – 53
Bremsmoment, Bremskraft, Bremsarbeit, Bremsleistung, Bremsenprüfung	54 – 55
Flussdiagramm zur Berechnung von hydraulischen Bremsen	56
Elektrotechnik	57 – 62
Ohmsches Gesetz, Spannung, Strom, Widerstand, Widerstandsschaltungen	57 – 58
Leistung, Arbeit, Wirkungsgrad, Spannungsteiler	59
Batterie, Transformator	60
Wechselstrom, Drehstrom	61
Elektronische Bauelemente, Winkel und Zeiten beim Zündvorgang	62
Pulsweitenmodulation, Datenübertragung	62
Sachwortverzeichnis	63 – 64

Mathematische Zeichen (Auswahl)

Zeichen	Erklärung	Zeichen	Erklärung	Zeichen	Erklärung
...	bis, und so weiter	\sqrt{a}	Quadratwurzel aus a	\equiv	kongruent
=	gleich	$\cdot \times$	mal (der Punkt steht auf halber Zeilenhöhe)	\sim	ähnlich
\neq	nicht gleich, ungleich	$: / -$	durch, geteilt durch, dividiert durch	\sphericalangle	Winkel
\sim	proportional	%	Prozent, von Hundert	\overline{AB}	Strecke AB
\approx	annähernd, nahezu gleich, rund, etwa	‰	Promille, von Tausend	\widehat{AB}	Bogen AB
\cong	entspricht	{ } [] { }	runde, eckige, geschweifte Klammer auf und zu	Σ	Summe
<	kleiner als		parallel	e	Eulersche Zahl $e = 2,718281828\dots$
>	größer als	\neq	nicht parallel	π	Pi = 3,14159...
\geq	größer oder gleich, mindestens gleich	\perp	rechtwinklig zu, normal auf, senkrecht auf	∞	unendlich
\leq	kleiner oder gleich, höchstens gleich	Δ	Delta, Zeichen für Differenz	log	Logarithmus (allgemein)
+	plus, mehr, und			lg	Zehnerlogarithmus
-	minus, weniger			ln	natürlicher Logarithmus

Umrechnung von früheren Einheiten und SI-Einheiten

Druck	Energie, Arbeit	Leistung
1 at = 1 kp/cm ² = 981 mbar	1 kcal = 4186,8 J \approx 4,2 kJ =	1 PS = 735 W = 0,735 kW =
1 mm WS = 1 kp/m ² = 0,098 mbar	= 1,16 · 10 ⁻³ kWh	= 735 Nm/s
1 mm Hg = 1 Torr = 1,333 mbar	1 kpm = 9,81 J = 9,81 Nm	1 kW = 1,36 PS

Prozentrechnen

p Prozentsatz in %
Er gibt an, wie viel Hundertstel vom Grundwert zu nehmen sind.

G Grundwert
Er ist der Wert auf den man sich beim Prozentrechnen bezieht.

P Prozentwert
Er ist der Teil des Grundwertes, der dem Prozentsatz entspricht. Er hat dieselbe Einheit wie der Grundwert.

E_{\max} Endwert (vermehrter Wert) (Grundwert + Prozentwert)

E_{\min} Endwert (verminderter Wert) (Grundwert - Prozentwert)

$$E_{\max} = G + P$$

$$E_{\min} = G - P$$

$$G = \frac{100 \cdot P}{p}$$

$$P = \frac{G \cdot p}{100}$$

$$p = \frac{100 \cdot P}{G}$$

$$G = \frac{100 \cdot E_{\max}}{100 + p}$$

$$G = \frac{100 \cdot E_{\min}}{100 - p}$$

Zinsrechnen

z Zinsen in €
 p Zinssatz in %
 k Kapital in €
 t Zeit in Jahren oder Zeit in Tagen

1 Zinsjahr \cong 360 Tage

1 Zinsmonat \cong 30 Tage

$$k = \frac{100 \cdot z}{p \cdot t}$$

$$p = \frac{100 \cdot z}{k \cdot t}$$

$$t = \frac{100 \cdot z}{k \cdot p}$$

Jahreszins

$$z = \frac{k \cdot p \cdot t}{100}$$

Tageszins

$$z = \frac{k \cdot p \cdot t}{100 \cdot 360}$$

Mischungsrechnen

m Gesamtmenge

m_1 Teilmenge 1

m_2 Teilmenge 2

x Summe der Anteile

x_1 Anteil der Teilmenge 1

x_2 Anteil der Teilmenge 2

$$m_1 = \frac{m \cdot x_1}{x}$$

$$m = \frac{m_1 \cdot x}{x_1}$$

$$x_1 = \frac{m_1 \cdot x}{m}$$

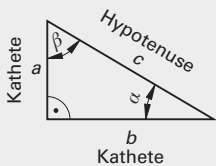
$$x = \frac{m \cdot x_1}{m_1}$$

$$m = m_1 + m_2 + \dots$$

$$x = x_1 + x_2 + \dots$$

$$\frac{m}{m_1} = \frac{x}{x_1}$$

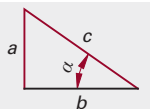
Winkelfunktionen



- Die den rechten Winkel bildenden Seiten a und b heißen Katheten.
- Die dem rechten Winkel gegenüberliegende Seite c heißt Hypotenuse.
- Die dem spitzen Winkel α bzw. β anliegende Seite b bzw. a heißt Ankathete.
- Die dem spitzen Winkel α bzw. β gegenüberliegende Seite a bzw. b heißt Gegenkathete.

Die Seitenverhältnisse im rechtwinkligen Dreieck werden Winkelfunktionen bzw. trigonometrische Funktionen genannt.

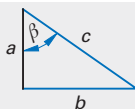
Sinus = $\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$a = c \cdot \sin \alpha$$

$$c = \frac{a}{\sin \alpha}$$

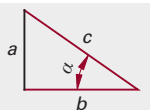


$$\sin \beta = \frac{b}{c}$$

$$b = c \cdot \sin \beta$$

$$c = \frac{b}{\sin \beta}$$

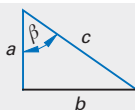
Cosinus = $\frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$



$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$b = c \cdot \cos \alpha$$

$$c = \frac{b}{\cos \alpha}$$

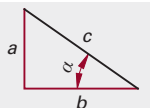


$$\cos \beta = \frac{a}{c}$$

$$a = c \cdot \cos \beta$$

$$c = \frac{a}{\cos \beta}$$

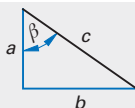
Tangens = $\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$



$$\tan \alpha = \frac{a}{b}$$

$$a = b \cdot \tan \alpha$$

$$b = \frac{a}{\tan \alpha}$$

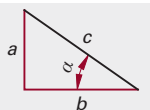


$$\tan \beta = \frac{b}{a}$$

$$b = a \cdot \tan \beta$$

$$a = \frac{b}{\tan \beta}$$

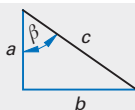
Cotangens = $\frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$



$$\cot \alpha = \frac{b}{a}$$

$$b = a \cdot \cot \alpha$$

$$a = \frac{b}{\cot \alpha}$$



$$\cot \beta = \frac{a}{b}$$

$$a = b \cdot \cot \beta$$

$$b = \frac{a}{\cot \beta}$$

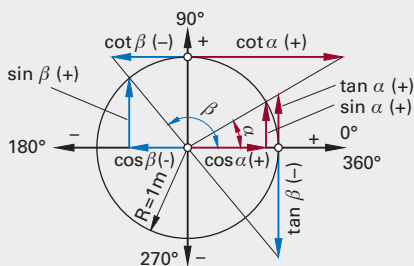
Berechnung von Winkelfunktionen mit dem Taschenrechner (Beispiele)

Beispiel 1: $a = 10 \text{ cm}$; $c = 50 \text{ cm}$; $\alpha = ?$

Lösung: $\sin \alpha = a : c = 10 \text{ cm} : 50 \text{ cm} = 0,2$

$10 \div 50 = 0,2$ (SHIFT; 2ND; INV) SIN $\Rightarrow 11,53696^\circ$ (SHIFT; 2ND; INV) $\Rightarrow 11^\circ 32' 13''$

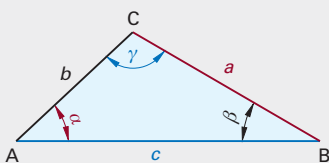
Winkelfunktionen am Einheitskreis



Besondere Winkelfunktionswerte

Winkel α	0°	30°	45°	60°	90°
Sinus α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
Cosinus α	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0
Tangens α	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞
Cotangens α	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0

Winkelfunktionen im schiefwinkligen Dreieck



a, b, c Seitenlängen (mm)
 α, β, γ Winkel, die jeweils den Seiten a, b, c gegenüber liegen ($^\circ$)

Sinussatz

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

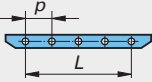
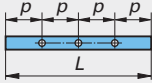
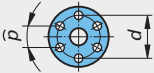
Kosinussatz

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$$

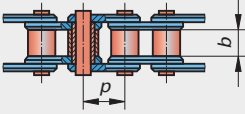
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$$


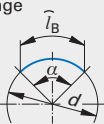
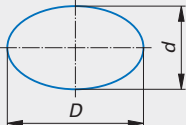
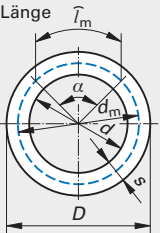
Längenteilungen

	Teilung p Lochabstand	Teilungszahl n Lochzahl	Teilungslänge l
	$p = \frac{L}{n-1}$	$n = \frac{L}{p} + 1$	$L = p \cdot (n-1)$
	$p = \frac{L}{n+1}$	$n = \frac{L}{p} - 1$	$L = p \cdot (n+1)$
	$p = \frac{\pi \cdot d}{n}$	$n = \frac{\pi \cdot d}{p}$	$L = U = n \cdot p$ $L = U = \pi \cdot d$

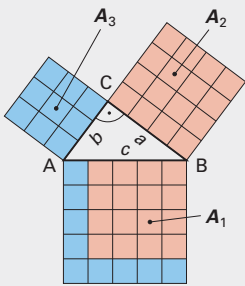
Kettenlänge

	<ul style="list-style-type: none"> L Kettenlänge p Teilung b Gliederbreite (Innenglied) X Gliederzahl 	$L = p \cdot X$
		$p = \frac{L}{X} \quad X = \frac{L}{p}$

Gebogene Längen

<p>Kreisumfang</p> 	<ul style="list-style-type: none"> U Umfang d Durchmesser 	$U = \pi \cdot d$
		$d = \frac{U}{\pi}$
<p>Kreisbogenlänge</p> 	<ul style="list-style-type: none"> l_B Bogenlänge d Durchmesser α Mittelpunktswinkel in ° 	$l_B = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ}$
		$\alpha = \frac{360^\circ \cdot l_B}{\pi \cdot d} \quad d = \frac{360^\circ \cdot l_B}{\pi \cdot \alpha}$
<p>Ellipsenumfang</p> 	<ul style="list-style-type: none"> U Umfang D Durchmesser d Durchmesser R Radius r Radius 	$U \approx \pi \cdot \frac{D+d}{2}$
		$D \approx \frac{2 \cdot U}{\pi} - d \quad d \approx \frac{2 \cdot U}{\pi} - D$ <p>genauer:</p> $U \approx \pi \cdot \sqrt{2 \cdot (R^2 + r^2)}$
<p>Gestreckte Länge</p> 	<ul style="list-style-type: none"> l_m gestreckte Länge, Länge der neutralen Faser d_m mittlerer Durchmesser D Außendurchmesser d Innendurchmesser α Mittelpunktswinkel in ° s Werkstoffdicke U_m mittlerer Umfang 	$l_m = \frac{\pi \cdot d_m \cdot \alpha}{360^\circ}$
		$U_m = \pi \cdot d_m$
		$d_m = \frac{D+d}{2}$
		$d_m = D - s$
		$d_m = d + s$

Lehrsatz des Pythagoras



Beim rechtwinkigen Dreieck ist die Fläche des Hypotenusenquadrates gleich der Summe der Flächen der beiden Kathetenquadrare.

$$A_1 = A_2 + A_3$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

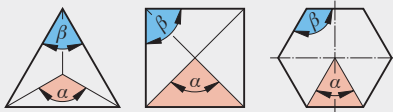
$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

- c Hypotenuse
– die dem rechten Winkel gegenüberliegende Seite
- a, b Katheten
– die den rechten Winkel bildenden Seiten
- A_1, A_2, A_3 Flächen

Regelmäßige Vielecke



Für regelmäßige Vielecke gilt:

Innenwinkel $\alpha = \frac{360^\circ}{n}$

Außenwinkel $\beta = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$

$$\beta = 180^\circ - \alpha$$

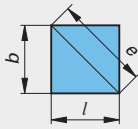
n Anzahl der Ecken

Regelmäßiges Vieleck n Anzahl der Ecken	Umkreis-Ø D Eckenmaß e	Innenkreis-Ø d Schlüsselweite SW	Seitenlänge l Umfang U	Gesamtfläche A
Dreieck n = 3 	$D = 1,154 \cdot l$ $D = 2 \cdot d$	$d = 0,578 \cdot l$ $d = 0,5 \cdot D$	$l = 0,866 \cdot D$ $l = 1,730 \cdot d$ $U = l \cdot n$	$A = 0,325 \cdot D^2$ $A = 1,299 \cdot d^2$ $A = 0,433 \cdot l^2$
Quadrat n = 4 	$D = 1,414 \cdot l$ $D = 1,414 \cdot d$ $D = e$	$d = l$ $d = 0,707 \cdot D$ $d = SW$	$l = 0,707 \cdot D$ $l = d$ $U = l \cdot n$	$A = 0,5 \cdot D^2$ $A = d^2$ $A = l^2$
Sechseck n = 6 	$D = 2 \cdot l$ $D = 1,155 \cdot d$ $D = e$	$d = 1,732 \cdot l$ $d = 0,866 \cdot D$ $d = SW$	$l = 0,5 \cdot D$ $l = 0,577 \cdot d$ $U = l \cdot n$	$A = 0,649 \cdot D^2$ $A = 0,866 \cdot d^2$ $A = 2,598 \cdot l^2$
Achteck n = 8 	$D = 2,614 \cdot l$ $D = 1,082 \cdot d$ $D = e$	$d = 2,414 \cdot l$ $d = 0,924 \cdot D$ $d = SW$	$l = 0,383 \cdot D$ $l = 0,414 \cdot d$ $U = l \cdot n$	$A = 0,707 \cdot D^2$ $A = 0,829 \cdot d^2$ $A = 4,828 \cdot l^2$
Zwölfeck n = 12 	$D = 3,864 \cdot l$ $D = 1,035 \cdot d$ $D = e$	$d = 3,732 \cdot l$ $d = 0,966 \cdot D$ $d = SW$	$l = 0,259 \cdot D$ $l = 0,268 \cdot d$ $U = l \cdot n$	$A = 0,750 \cdot D^2$ $A = 0,804 \cdot d^2$ $A = 11,196 \cdot l^2$

Geradlinig begrenzte Flächen

Quadrat

$b = l$



$l = \sqrt{A}$

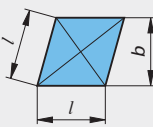
$b = l$

$A = l^2$

$e = \sqrt{2 \cdot l^2} = 1,414 \cdot l$

$l = \frac{e}{1,414} = 0,707 \cdot e \quad U = 4 \cdot l$

Rhombus (Raute)



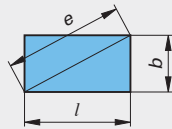
$l = \frac{A}{b}$

$A = l \cdot b$

$b = \frac{A}{l}$

$U = 4 \cdot l$

Rechteck



$b = \frac{A}{l} \quad l = \frac{A}{b}$

$l = \frac{U - 2 \cdot b}{2}$

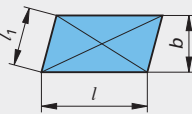
$A = l \cdot b$

$e = \sqrt{l^2 + b^2}$

$b = \frac{U - 2 \cdot l}{2}$

$U = 2 \cdot l + 2 \cdot b$

Rhomboid (Parallelogramm)



$l = \frac{A}{b}$

$l = \frac{U - 2 \cdot l_1}{2}$

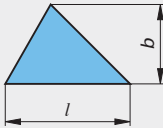
$A = l \cdot b$

$b = \frac{A}{l}$

$l_1 = \frac{U - 2 \cdot l}{2}$

$U = 2 \cdot l + 2 \cdot l_1$

Dreieck



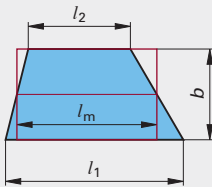
$l = \frac{2 \cdot A}{b}$

$A = \frac{l \cdot b}{2}$

$b = \frac{2 \cdot A}{l}$

$U =$ Summe aller Seiten

Trapez



$l_1 = \frac{2 \cdot A}{b} - l_2$

$b = \frac{2 \cdot A}{l_1 + l_2}$

$A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b$

$l_2 = \frac{2 \cdot A}{b} - l_1$

$l_m = \frac{l_1 + l_2}{2}$

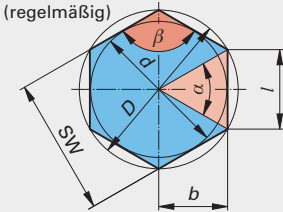
$A = l_m \cdot b$

$l_1 = 2 \cdot l_m - l_2$

$l_2 = 2 \cdot l_m - l_1$

$U =$ Summe aller Seiten

Vieleck (regelmäßig)



$\alpha = \frac{360^\circ}{n}$

$A = \frac{l \cdot b}{2} \cdot n$

$\beta = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$

$A = \frac{n \cdot l \cdot d}{4}$

$\beta = 180^\circ - \alpha$

$l = D \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$

$l = D \cdot \sin\frac{\alpha}{2}$

A Gesamtfläche
d Inkreisdurchmesser
n Anzahl der Ecken
l Seitenlänge
b Breite

$d = \sqrt{D^2 - l^2}$

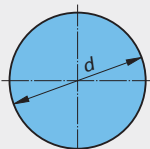
$b = \frac{SW}{2} = \frac{d}{2}$

$U = l \cdot n$

- α Innenwinkel
- β Außenwinkel
- SW Schlüsselweite
- D Umkreisdurchmesser
- d Inkreisdurchmesser

Kreisförmig oder bogenförmig begrenzte Flächen

Kreis



$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}} = \sqrt{\frac{A}{0,785}}$$

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

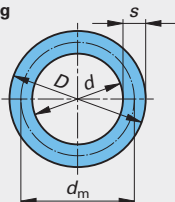
$$U = \pi \cdot d$$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

$$A = 0,785 \cdot d^2$$

$$A = \pi \cdot r^2$$

Kreisring



$$D = \sqrt{d^2 + \frac{4 \cdot A}{\pi}}$$

$$d = \sqrt{D^2 - \frac{4 \cdot A}{\pi}}$$

$$A_1 = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

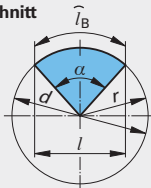
$$A_2 = \frac{\pi \cdot D^2}{4}$$

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2)$$

$$A = \pi \cdot d_m \cdot s$$

$$A = A_2 - A_1$$

Kreisausschnitt (Sektor)



$$l = 2 \cdot r \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \quad l_B \text{ Bogenlänge}$$

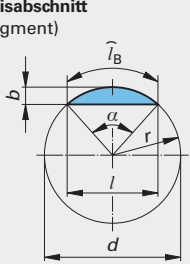
$$l_B = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ} \quad \alpha \text{ Mittelpunktswinkel}$$

$$U = l_B + 2 \cdot r$$

$$A = \frac{l_B \cdot r}{2}$$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$

Kreisabschnitt (Segment)



$$l_B = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ} \quad l \text{ Länge (Sehne)}$$

$$b = r - \sqrt{r^2 - l^2/4} \quad b \text{ Breite (Bogenhöhe)}$$

$$b = \frac{l}{2} \cdot \tan \frac{\alpha}{4}$$

$$l = 2 \cdot \sqrt{2 \cdot b \cdot r - b^2} \quad l = 2 \cdot r \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$r = \frac{b}{2} + \frac{l^2}{8 \cdot b} \quad r = \frac{2 \cdot A - b \cdot l}{l_B - l}$$

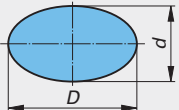
$$U = l + l_B$$

$$A = \frac{l_B \cdot r - l \cdot (r - b)}{2}$$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} - \frac{l \cdot (r - b)}{2}$$

$$A = \frac{2 \cdot l \cdot b}{3}$$

Ellipse



$$D = \frac{4 \cdot A}{\pi \cdot d} \quad d = \frac{4 \cdot A}{\pi \cdot D}$$

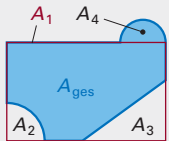
$$U \approx \pi \cdot \frac{D + d}{2}$$

$$A = \frac{\pi \cdot D \cdot d}{4}$$

D große Achse
d kleine Achse

genauer:
 $U \approx \pi \cdot \sqrt{2 \cdot (R^2 + r^2)}$

Zusammengesetzte Flächen



Zusammengesetzte Flächen werden zur Berechnung ihrer Gesamtfläche in Teilflächen zerlegt.

Durch Addition und Subtraktion der Teilflächen erhält man die Gesamtfläche.

$$A_{ges} = A_1 - A_2 - A_3 + A_4$$

Allgemein gilt:

$$A_{ges} = A_1 \pm A_2 \pm A_3 \pm \dots$$

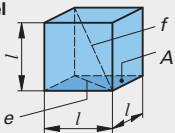
A Fläche; *D, d* Durchmesser; *l_B* Bogenlänge; *b* Breite (Bogenhöhe); *α* Mittelpunktswinkel
U Umfang; *R, r* Radius; *l* Länge (Sehne); *b* Breite; *d_m* mittlerer Durchmesser

Volumen

Gleichdicke Körper

$$V = A \cdot h$$

Würfel



$$l = \sqrt[3]{V}$$

$$e = 1,414 \cdot l$$

$$f = 1,732 \cdot l$$

$$l_{\text{ges}} = 12 \cdot l$$

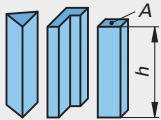
$$A_M = 4 \cdot A = 4 \cdot l^2$$

$$A_O = 6 \cdot A = 6 \cdot l^2$$

$$V = l \cdot l \cdot l$$

$$V = l^3$$

Prisma

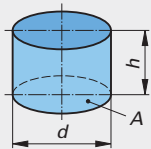


$$A = \frac{V}{h}$$

$$h = \frac{V}{A}$$

$$V = A \cdot h$$

Zylinder



$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot V}{\pi \cdot h}}$$

$$h = \frac{4 \cdot V}{\pi \cdot d^2}$$

$$A = \frac{V}{h}$$

$$h = \frac{V}{A}$$

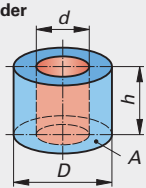
$$A_M = \pi \cdot d \cdot h$$

$$A_O = \pi \cdot d \cdot h + 2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

$$V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h$$

$$V = A \cdot h$$

Hohlzylinder



$$h = \frac{4 \cdot V}{\pi \cdot (D^2 - d^2)}$$

$$D = \sqrt{d^2 + \frac{4 \cdot V}{\pi \cdot h}}$$

$$d = \sqrt{D^2 - \frac{4 \cdot V}{\pi \cdot h}}$$

$$A_2 = \frac{\pi \cdot D^2}{4}$$

$$A_1 = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

$$A_O = \pi \cdot h \cdot (D + d) + 2 \cdot \frac{\pi \cdot (D^2 - d^2)}{4}$$

$$V = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2) \cdot h$$

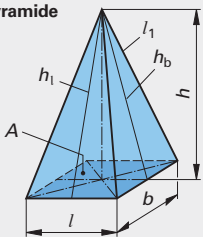
$$V = (A_2 - A_1) \cdot h$$

$$V = V_2 - V_1$$

Spitze Körper

$$V = A \cdot b/3$$

Pyramide



$$h = \frac{3 \cdot V}{l \cdot b} \quad b = \frac{3 \cdot V}{l \cdot h}$$

$$l = \frac{3 \cdot V}{b \cdot h}$$

$$A = \frac{3 \cdot V}{h}$$

$$h = \frac{3 \cdot V}{A}$$

$$h_1 = \sqrt{h^2 + b^2/4}$$

$$h_b = \sqrt{h^2 + l^2/4}$$

$$V = \frac{A \cdot h}{3}$$

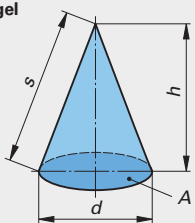
$$l_1 = \sqrt{h_b^2 + b^2/4}$$

$$l_1 = \sqrt{h_1^2 + l^2/4}$$

$$A_M = h_1 \cdot l + h_b \cdot b$$

$$A_O = A_M + A$$

Kegel



$$d = \sqrt{\frac{12 \cdot V}{\pi \cdot h}}$$

$$h = \frac{12 \cdot V}{\pi \cdot d^2}$$

$$A = \frac{3 \cdot V}{h}$$

$$h = \frac{3 \cdot V}{A}$$

$$A_M = \pi \cdot r \cdot \sqrt{h^2 + r^2}$$

$$A_M = \frac{\pi \cdot d \cdot s}{2}$$

$$A_M = \pi \cdot r \cdot s$$

$$s = \sqrt{h^2 + r^2}$$

$$A_O = A_M + A$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h$$

$$V = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot h}{12}$$

$$V = \frac{A \cdot h}{3}$$

V	Volumen	l	Länge	h ₁	Mantelhöhe über l	r	Radius	e	Eckenmaß
A	Fläche	b	Breite	h _b	Mantelhöhe über b	A _M	Mantelfläche		(Flächendiagonale)
h	Höhe	D, d	Durchmesser	s	Mantelhöhe	A _O	Oberfläche	f	Raumdiagonale